

MATEMATICKY NADANÍ ŽÁCI OČIMA STUDENTŮ UČITELSTVÍ MATEMATIKY**Eva Semerádová**

Mensa gymnázium, Praha; Pedagogická fakulta UK

Abstrakt

V článku jsou analyzovány práce studentů učitelství matematiky, ve kterých se měli zabývat popisem matematicky nadaného žáka pozorovaného v rámci své praxe ve škole. Texty byly zpracovány kvalitativní metodou zakotvené teorie. Odhalena byla čtyři hlavní témata, jichž si studenti učitelství všímali (řešení úloh, motivovanost a aktivita, obecné schopnosti, sociální schopnosti a ostatní projevy), v článku jsou podrobně popsána a ilustrována citacemi ze studentských prací. Prvním cílem článku je určit, jakých vlastností si studenti učitelství matematiky všímají u nadaných žáků, a zjistit, zda jejich popis koresponduje s teoretickým vymezením matematického nadání. Druhým cílem je přiblížit plasticky problémy a silné stránky matematicky nadaných žáků čtenářům, kteří s vyučováním matematicky nadaného žáka nemají zkušenosti.

Klíčová slova: matematické nadání, student učitelství, charakteristika nadaného žáka.**Mathematically Gifted Pupils Viewed by Mathematical Education Students****Abstract**

In the article the essays written by the Mathematical Education students were analyzed. These contain the description of mathematically gifted pupils observed during their teaching practice at school. The texts were processed by the qualitative method based on the Grounded Theory. Four main topics were found that were noticed by the education students which are described in detail in the article and illustrated by the students' observations (problem solving, motivation and activity, general abilities, social abilities and other observed behaviors). The first aim of the article was to find out what characteristics of gifted pupils were noticed by the Mathematical Education students and whether their description corresponds to the definitions of mathematical giftedness. The second aim was to show the problems and strengths of the mathematically gifted to those readers who have no experience teaching mathematically gifted pupils.

Key words: Mathematical giftedness, education student, characteristics of gifted pupils.

Úvod

Stejně jako u jiných oblastí nadání platí i u nadání matematického, že je potřeba jej včas zachytit a rozvíjet. Je velice smutné pozorovat, jak svým potenciálem mrhají žáci, o kterých učitel ví, že mají předpoklady být dobrými matematiky. Může to být jak z vnějších příčin, když jim nikdo neposkytne potřebnou podporu, tak z příčin vnitřních – „jde mi to samo, proč bych pro to měl něco dělat“? Zde také můžeme hned vidět jeden z nejčastějších mýtů o matematickém nadání. Stále se mezi laiky, a dokonce i mezi učiteli najdou mnozí, kteří si myslí, že potenciál a zjednodušeně řečeno „dobré matematické myšlení“ stačí. Řešení úloh je pro nadaného žáka zpočátku opravdu snadné, ale pokud se sebou nijak nepracuje, jednoho dne svoje „vnitřní baterky“ vybijí, a sestup pak bývá poměrně viditelný. Takový žák nemá potřebné studijní návyky a se situací, kdy už pro něj učení snadné není, si nedovede (popř. ani nechce) poradit.

Je důležité, aby se s problematikou nadaných setkali již studenti učitelství. Obvykle se s tématem seznamují v rámci obecných i oborových didaktik, na některých fakultách je již pro práci s matematickými talenty vyčleněn samostatný předmět.

Předložený článek má dva cíle. Prvním je na základě kvalitativního výzkumu se studenty učitelství matematiky na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy zjistit, jakých charakteristik matematicky nadaných žáků si všímají. Výsledky jsou porovnávány s některými dostupnými teoriemi o matematickém nadání.

Jelikož se domnívám, že charakteristiky nadaných odhalené studenty poměrně dobře pokrývají oblasti, kterých se problematika matematicky nadaných žáků týká, dala jsem si ještě druhý cíl. Tím je přiblížit problematiku konkrétně matematického nadání i čtenářům, kteří se zajímají o nadané žáky obecně nebo optikou jiných oborů, než je matematika. Toho se budu snažit docílit mimo jiné citacemi studentů i vlastními komentáři.

Teoretická východiska

Článek se zabývá matematicky nadanými žáky, proto se budeme věnovat této specifikaci. Z obecných vymezení nadání uvedeme jen jedno, a to podle Hříbkové (2009, s. 45), podle které „za mimořádně nadané můžeme považovat dítě,

- které velmi záhy ve svých projevech manifestuje vývojovou akceleraci a je těmito projevy nápadné ve srovnání s vrstevníky,
- které podává v určité oblasti (i nekognitivní) vynikající výkony, které jsou ve srovnání s vrstevníky z hlediska kvantity či kvality výjimečné,
- u kterého byl opakovaně zjištěn osobnostní potenciál pro podávání mimořádných výkonů, který se však dosud ve výkonech v daných oblastech běžně neprojevuje (např. intelektový, tvořivý, popř. silný zájem o určitou oblast nebo několik oblastí lidské činnosti projevující se např. vytrvalostí při řešení úkolů a neobvyklými znalostmi).“

Je těžké najít jednoduché, ale výstižné vymezení matematického nadání. Je možné například říci: „Matematické nadání je specifické intelektové nadání. Jedinci s matematickým nadáním podávají nadprůměrné výkony při řešení úloh matematického charakteru nebo mají potenciál k podávání takovýchto výkonů.“ (Malinová, 2013, s. 13)

Jiné vymezení matematického nadání zní: „Matematickými schopnostmi se rozumí individuálně-psychologické zvláštnosti, které odpovídají potřebám vyučování matematiky. Podmiňují při ostatních stejných podmínkách úspěch tvořivého zvládnutí matematiky jako vyučovacího předmětu zvláště vzhledem na rychlost, lehkost a hloubku ovládnutí vědomostí, zručností a návyků v oblasti matematiky.“ (Kruček, 1977, s. 32)

Mnohá z vymezení matematického nadání uvádějí výčty konkrétních jevů. Je možné si z nich lépe představit strukturu matematického nadání, jsou však obvykle poměrně dlouhá. Uveďme si alespoň nějaké. Podle Makridese, 2006, (cit. v Malinová, 2013) matematické nadání charakterizují:

- „Neobvykle velký zájem o matematiku, zvědavost.
- Neobvykle bystré reakce, rychlé porozumění a aplikace matematických myšlenek.
- Nadprůměrná schopnost abstraktně myslet a pracovat a schopnost uvědomovat si matematické vztahy a souvislosti.
- Nadprůměrná schopnost přemýšlet o matematických úlohách a pracovat s nimi flexibilně a tvořivě, nikoli stereotypně.

- Nadprůměrná schopnost přenášet poznatky do nových, neprobádaných matematických situací.“

Zhouf (2010, s. 24) uvádí ještě jiné konkrétní vymezení matematických schopností, a to podle komponentů struktury matematických schopností, které vyčlenil Kruteckij (1977):

- „Schopnost formalizovaně chápat matematický materiál, zachycovat formální strukturu problému.
- Schopnost rychle a zeširoka zobecňovat matematické objekty, vztahy a úkony.
- Schopnost zkracovat procesy matematického úsudku a systém odpovídajících činností. Schopnost myslet matematickými strukturami.
- Pružnost procesů myšlení v matematické činnosti.
- Schopnost rychle a volně přizpůsobit zaměření myšlenkového procesu, přechod z přímého na zpětný myšlenkový pochod.
- Jasnost, jednoduchost, ekonomičnost a racionálnost řešení.
- Matematická paměť (zobecněná paměť na matematické vztahy, schémata úsudků a důkazů, metody řešení problémů a principy přístupu k nim).“

Zhouf však seznam hodnotí kriticky – ne všechna tvrzení jsou jednoznačně pochopitelná, některé komponenty naopak dle jeho názoru chybí. Samu snahu definovat matematické nadání proto chápe jako přinejmenším problematickou.

O diagnostice matematického nadání se dočteme například ve Standardu komplexní diagnostiky mimořádného (intelektového) nadání (citace ze s. 29–30), z něž si uvedeme alespoň ve zkrácené formě diagnostiku matematicky nadaného žáka druhého stupně základní školy nebo odpovídajících tříd víceletých gymnázií: „Při diagnostice matematických schopností je vhodné zaměřit se na žákovu schopnost chápat čísla, paměť pro čísla, matematické dovednosti a matematické uvažování. Úkolem učitele je zmapovat úroveň numerických znalostí, používání algoritmů, rychlost práce, schopnost soustředění se, ale i originalitu a tvořivost, s jakou žák k vypracování úloh přistupuje. (...) Při hodnocení žákových výkonů je třeba mít na zřeteli, že některé chyby nemusejí znamenat neznalost, ale jen nepřesnost vlastního počítání danou malým procvičením látky. Je dobré rozlišovat chyby úsudkové a numerické – zejména se to týká případů chybného výsledku při správném „úsudkovém“ (logickém) postupu řešení: horší numerické dovednosti nemusejí být popřením matematického nadání žáka. Obecně je pak důležité nejen to, zda

žák úlohu správně vyřešil, ale také jak ji řešil a jestli dokáže svůj postup řešení odůvodnit. (...) Při diagnostice výkonů v oblasti geometrie u nadaných žáků často narazíme na obtíže plynoucí z nedostatků v jemné motorice (těžkopádné a nepřesné ovládání kružítka, nepřesnost rýsování dle pravítka a horší grafická kvalita vlastního rýsu). Výsledek žákovy práce posuzujeme komplexně – zhodnotíme kvalitu grafického zpracování rýsu i jeho obsahové sdělení (jak se žák vypořádal s konstrukcí, kolik a jakých řešení našel apod.). Pedagog by měl dále zmapovat žákovy zájmy v oblasti matematiky (konstruování, obliba propočtů a výpočtů, práce se stavebnicemi, strategickými deskovými hrami, rýsování, vymýšlení vlastních algoritmů a postupů apod.). Na základě těchto zjištění je také vhodné analyzovat případné žákovy výsledky v soutěžích (Matematický klokan, Logická olympiáda, Deskohraní, šachy, sudoku).“

K matematickému nadání se vztahují ještě dva důležité pojmy, a to nadání typu *řešitel* a typu *badatel*. (Pojmy jsou obecné, v matematickém vzdělávání se používají často, neboť jsou v něm hojně zastoupeni příslušníci obou typů. Vymezení nalezneme např. v Burjan, 1991 nebo v mnohé jiné literatuře.)

Nadaný typu *řešitel* je přesný, rychlý, snaží se svědomitě a bezchybně plnit zadané úkoly. Častěji bývá extrovertním typem. Hnací silou pro něj obvykle bývá výkonová motivace – chce pracovat dobře a chce získat uznání. Řešitelé bývají většinou snadno identifikovatelní, jejich projevy bývají dobře viditelné. U učitelů jsou obvykle oblíbení.

U nadaného typu *badatel* je hnací silou snaha po porozumění a pochopení podstaty učiva. Problémy důkladně a hluboce analyzuje, sám si klade otázky „proč?“ a „co kdyby?“. Úkolu, který jej zaujme, je schopný věnovat neúměrně velké množství času – a to i na úkor úkolů, které jej nezaujmou. Zvenku se tedy může jevit jako pomalý a při opravdu zběžném pohledu i jako nezaujatý – ostatní na něčem pracují, a on s tím ještě ani nezačal, protože se „zasekl“ u předchozího problému. Hlavní motivací je pro něj motivace poznávací. Nadání typu *badatel* se proto obtížněji identifikují a mnohdy se s nimi i obtížněji pracuje – nezáleží jim na vnějším uznání, nechtějí mít práci splněnou, chtějí prostě porozumět do hloubky tomu, co je zaujalo.

Podívejme se nyní na to, jak charakteristiky matematicky nadaných vnímali vybraní studenti učitelství.

Metodologie

Výzkumnou otázkou bylo: „Jaké charakteristiky matematicky nadaných žáků vnímají studenti učitelství matematiky u matematicky nadaných žáků? Korespondují tyto znaky s dostupnými vymezeními matematického nadání?“

Výzkumným vzorkem bylo 31 studentů kurzu Matematický talent a jeho rozvoj prezenční i dálkové formy studia na Pedagogické fakultě UK v Praze. Kurz je povinný pro všechny studenty. Ve standardní trajektorii je navržen na druhý ročník navazujícího magisterského studia, studenti si jej však mohou zapsat již o rok dříve. Praxi vykonávají obvykle souběžně s kurzem. Práci píší v době, kdy se seznamují s aktivitami pro nadané žáky v hodinách a s matematickými soutěžemi, obecné shrnutí se sumarizací vlastností a projevů nadaných žáků za sebou ještě nemají. Studenti měli za úkol v rámci své pedagogické praxe identifikovat matematicky nadaného žáka (základní či střední školy, podle toho, kde zrovna vykonávali praxi). Žákovo nadání mělo být již manifestované. Studenti měli popsat jeho projevy, proč jej vnímají jako nadaného. Příslušný oddíl prací studentů je analyzován v tomto článku. Práce studentů dále pokračovala v návržení a odzkoušení vhodných intervencí a v rozhovoru o nadaném žákovi s jeho učitelem.

Výzkum byl proveden kvalitativně, kvantitativní zpracování by kvůli relativně malému množství respondentů vhodné nebylo. Metodologie je odvozená ze zakotvené teorie, kdy pomocí softwaru Atlas.ti byly práce studentů kódovány na třech úrovních – konkrétní kódy jsou uvedeny v části týkající se výsledků výzkumu. (Metoda je používána podle Švaříčka a Šed'ové, 2014.)

V celém textu se pojmem „student“ rozumí student učitelství matematiky, (který pozoroval nadaného žáka); pojem „žák“ označuje žáka základní nebo střední školy, který je dle pozorování studenta učitelství nadaný na matematiku. (Tuto identifikaci zároveň vždy potvrdil i učitel žáka.)

Výsledky a komentáře

Jak již bylo uvedeno výše, data byla zpracovávána kvalitativní metodologií. Přesto považuji za zajímavé alespoň zmínit pět kódů, které se v pracích zkoumaných studentů objevily nejčastěji. Byly to (uvedeno v sestupném pořadí podle četnosti):

- hlásí se, je aktivní,
- rychlost řešení,

- radost z řešení úloh,
- neotřelá řešení,
- bystré úvahy.

Je nutné podotknout, že většina z jevů není nutnou součástí matematického nadání. Zajisté ne každý matematik musí být rychlý, ale často v rámci kolektivu „průměrné třídy“ rychlý bývá. Nadaný typu badatel, který má navíc introvertní povahu, být aktivní vůbec nemusí, což nijak nesnižuje jeho nadání, a podobně.

V korespondenci se třemi úrovněmi kódování budeme používat pojem téma pro nejobecnější rovinu, pojem podtéma pro její konkrétnější rozvedení a pojem okruh pro nejkonkrétnější rozvedení podtémat.

V tabulce 1 jsou uvedena hlavní témata, kterými se studenti ve svých pracích zabývali. Podtémata včetně jejich okruhů budou dále rozvedena a komentována v dalších odstavcích. Citace ze studentských prací budou označovány kurzivou. Vždy jedna citace je zapsána jedním odstavcem, nový odstavec značí další citaci a pojednává o jiném žákovi.

Tabulka 1

Témata a podtémata, kterými se studenti zabývali

Témata	Podtémata				
1. Řešení úloh	1A) Úvahy	1B) Mentální schopnosti	1C) Vyřešené úlohy	1D) Pocity	1E) Rychlost
2. Motivovanost a aktivita	2A) Zájem o pozornost	2B) Zájem o práci	2C) Nadstandardní práce	2D) Odmítání se rozvíjet	
3. Obecné schopnosti	3A) Nejobecnější studijní a tvůrčí schopnosti	3B) Příprava	3C) Mluvený projev	3D) Zápis	3E) Sebekontrola

4. Sociální schopnosti a ostatní projevy	4A) Povaha	4B) Status specifické vzdělávací potřeby	4C) Vnější vlivy		
--	------------	--	------------------	--	--

Téma 1: Řešení úloh

Téma „Řešení úloh“ bylo v pracích nejfrekventovaněji zastoupeno a nenašla se jediná práce, která by alespoň nějaký aspekt tohoto tématu nezmínila. V tabulce 2 jsou uvedeny konkrétní podtémata a okruhy, které bylo možné ve studentských pracích nalézt. Téma bude v článku rozvedeno nejvíce, protože se jako jediné vztahuje konkrétně k specifickému nadání v matematice.

Tabulka 2

Řešení úloh

Podtémata	Okruhy
1A) Úvahy	<ul style="list-style-type: none"> • bystré úvahy • vhled • starší znalosti včetně schopnosti je využít
1B) Mentální schopnosti	<ul style="list-style-type: none"> • vysoká schopnost abstrakce • různé typy představivosti, např. geometrická
1C) Vyřešené úlohy	<ul style="list-style-type: none"> • neotřelá řešení • více způsobů řešení
1D) Pocity	<ul style="list-style-type: none"> • radost z řešení úloh • Co kdyby...?
1E) Rychlost	<ul style="list-style-type: none"> • rychlost řešení • rychlost zvládnutí látky

1A) Úvahy

Způsob uvažování je důležitou charakteristikou studenta vzhledem k matematice.

Nadaní žáci v matematice „bystře uvažují“. Pojem je sice obtížně definovatelný, intuitivně si ale pod ním asi všichni představíme způsob uvažování, který je poměrně rychlý, dovede využívat různé informace a souvislosti a zvládne si poradit s mnohými standardními i nestandardními situacemi.

Musím uznat, že v matematice neměl žádné problémy, dokázal hbitě přemýšlet a vydedukovat spoustu věcí.

Zajímavý pojem v didaktice matematiky je vhled. Opět se jedná o hojně používané slovo (jen publikací o řešení úloh pomocí vhledu je velké množství), vymezení je však obtížnější. Uvedme si alespoň definici pomocí on-line slovníku Merriam-Webster, kde je vhladem rozuměna „schopnost nebo stav nazírání pod povrch situace“ nebo „stav či výsledek pochopení vnitřní podstaty jevů nebo intuitivně viděného“.¹

Ve třídě 7. B, jejímž třídním je právě zmíněný pan učitel S., byl Jindra, který byl velmi nadaný na matematiku. Nevím, jak na tom byl v ostatních předmětech, ale zde jakýkoli příklad se dělal, tak kouknul a věděl, jak na to.

Dobry matematik se nemuže spoléhat pouze na svou schopnost uvažování, musí umět čerpat i z dřívějších poznatků. (Mezi řádky řečeno, musí z nich nejen umět čerpat, ale musí nějaké i mít. To je jeden z problémů nadaných, kterým jde matematika zpočátku tak snadno, že se nemusí učit, o nichž se hovoří v úvodu článku.)

Kdejaký matematik si občas musí připomenout nějaká pravidla a postupy, když je dlouho nepoužívá, ale Adam si se svou diagnózou (Aspergerův syndrom – pozn. autorky) nic připomínat nemusel. Se svou pamětí na čísla také dost překvapoval, například při odvozování hodnot sinu konkrétních úhlů, které jsme si ukazovali na konkrétním měření, nic měřit nemusel, hodnoty měl v hlavě na minimálně 4 desetinná místa.

1B) Mentální schopnosti

Vysoká schopnost abstrakce je pro nadané žáky typická. Jedná se o jev, který má dvě roviny – jednak schopnost zobecňovat konkrétní postupy, situace apod., jednak schopnost chápat čistě formální struktury.

¹Vlastní překlad, původní znění: 1) the power or act of seeing into a situation: penetration, 2) the act or result of apprehending the inner nature of things or of seeing intuitively.

Hanka neměla problém s počítáním s písmenky. Ač se jedná o způsob práce, který je pro sedmáka hodně abstraktní (a mnozí její spolužáci s tím taky silně bojovali), Hanka měla písmenka ráda. Co mě fascinovalo nejvíc, byl její vyspělý náhled na ně. Chápala, že se jedná o symbol zastupující nekonečné množství konkrétních čísel. Když se písmenko dostalo do role dělitele, sama navrhla, že bychom měli někde zakázat, aby se za něj dosadila nula. (Věc, kterou i mnohem starší děti často opomíjejí nebo berou jako pouhou formalitu.)

Různé typy představivosti jsou pro matematicky nadané žáky mnohdy také rozlišujícím znakem.

V geometrii má Maxík obrovskou představivost, jednou ho napadlo, jak by mohl vypadat trojúhelník, který má více než 180° , a začal kreslit pozoruhodné náčrtky.

1C) Vyřešené úlohy

Nadaný žák často přichází s neotřelými řešeními úloh, tj. vymyslí jiný způsob řešení, než se od něj očekává. Takový způsob řešení může být i výrazně snazší nebo elegantnější, než je očekávaný způsob. Samozřejmě zde nehovoříme o originalitě za každou cenu, nadaní žáci umějí používat i standardní způsoby řešení tam, kde je to vhodné.

Dívka často přicházela na řešení, která byla velmi neotřelá až průkopnická, sama hledala nové postupy, a dokonce sama přicházela na látku, kterou měli žáci probírat až o několik let později.

Nadaný žák se přihlásil a na tabuli vytvořil jednoduchý diagram, který nepotřeboval žádný výpočet, a výsledek byl zřejmý. Pochopila ho i většina třídy.

Dostala jsem radu, že pokud by se mi jeho postup zdál pro ostatní žáky příliš komplikovaný nebo složitý, nemám ho rozebírat před celou třídou, ale pouze s dotyčným žákem. Dvakrát se mi stalo, že jsem jeho způsob řešení zprvu nepochopila, a tak jsem si ho vzala domů na promyšlení. Těmito způsoby řešení mě žák překvapil, protože jsem se s nimi nikdy předtím nesečkala, byly velmi nápadité. Samozřejmě ne vždy byly jeho návrhy řešení ideální, a tak jsem mu musela vysvětlit, proč je takovýto způsob postupu výpočtu nevhodný.

S neotřelými řešeními souvisí i více způsobů řešení jedné úlohy. Nadaný žák obvykle nemá problém s tím vyřešit úlohu, která je k tomu vhodná, více způsoby. Může to být na

žádost učitele, někteří vyspělí nadaní žáci dokonce dokáží sami hledat jiné způsoby řešení úlohy, protože je to zajímavá.²

Maxík mi také často sám říká, jaký by mohl být jiný postup řešení, např. při hledání dělitelů daného čísla mi ukázal, jak umí rychle využít algoritmus, který se naučil ve škole (vypisování možných dělitelů pod sebe a krok za krokem zjišťování, zda vyhovují).

1D) Pocity

Studenti si u nadaných žáků často všimli radosti – jednak ze samotného procesu řešení úloh (baví ho přemýšlet, hledat souvislosti apod.), jednak uspokojení z dopracování se ke správnému výsledku.

Do toho zvládá dělat ještě úlohy navíc, které s ostatními neprobírám. Je to podle mě i proto, že matematika jako předmět ho baví a rád nad problémy přemýšlí.

U některých nadaných žáků se objevuje pocit, že by měli prozkoumat situaci do detailu. Ptají se, „co kdyby...?“, a sami nebo s pomocí učitele se na tyto otázky snaží nalézt odpovědi. To souvisí také s radostí z řešení úloh zmiňovanou výše, s poznávací motivací, s badatelským typem nadání.

Sám si v hodinách vybíral úkoly, které ho zajímaly, a ty rozšiřoval. Jeho velmi častou větou bylo: A co by se stalo, kdyby... V těchto úlohách byl velmi úspěšný.

1E) Rychlost

Rychlostí není míněna zbrkllost ani zaručeně nejrychlejší práce. V kolektivu třídy bývají ale nadaní často rychlejší než ostatní, přičemž by měli být schopni odvést kvalitní práci. (Není to tak ale vždy – v oddíle Obecné schopnosti bude zbrkllost ještě zmíněna. Týká se však jen některých nadaných žáků.)

² Obě podtémata – neotřelá řešení úloh i více způsobů řešení – vykazují jednu zajímavou spojitost. Ve výzkumu, jak by charakterizovali „kvalitní úlohu“ (Patáková, 2013), byly zkoumány tři skupiny tvůrců úloh. Experti – ti se profesionálně zabývají tvorbou úloh přímo pro nadané žáky (učebnice, soutěže...); odborníci – to jsou obvykle učitelé matematiky, kteří tvoří úlohy pro žáky ve třídě, ale nejsou v této oblasti aktivní jinde; a začátečníci – studenti učitelství matematiky, kteří činnost tvorby úlohy pro nadaného žáka zkouší poprvé. Experti velmi často zmiňovali jako rys kvalitní úlohy pro nadané, aby měla „nestandardní metody řešení“ a „více způsobů řešení“. Zastoupení frekvence těchto požadavků na kvalitu úlohy klesá v řadě experti – odborníci – začátečníci. Jedná se tedy pravděpodobně o podstatný jev v rámci matematického nadání, protože si jej všimají jak studenti učitelství pozorující nadaného žáka, tak profesionálové, kteří s nadanými žáky pracují intenzivně.

Aspekt rychlosti se může týkat řešení úloh – tento projev je velice snadno pozorovatelný a bývá často prvním impulzem k tomu, aby učitel zkoumal, zda žák je, či není nadaný.

Poté, co jsem mu tedy půjčila svou propisku, se rychle pustil do práce, a nakonec byl jedním asi ze tří žáků, kterým jsem při procvičování dala úlohy navíc, aby se nenudili.

Rychlost se týká také schopnosti chápat nebo zvládnout nové téma.

Při vlastní výuce jsem brzy zjistil, že zadávat tomuto žákovi klasické příklady navíc nestačí. Tématem hodiny byly lineární rovnice, jejichž výsledkem byl zlomek. Většina třídy s tím měla veliký problém. Tento žák zvládl látku téměř okamžitě.

Téma 2: Motivovanost a aktivita

Nyní se již dostáváme k tématům, která se nevztahují specificky k nadání matematickému. Konkrétní okruhy, kterých si studenti na matematicky nadaných žácích všímali, jsou uvedeny v tabulce 3.

Tabulka 3

Motivovanost a aktivita

Podtémata	Okruhy
2A) Zájem o pozornost	<ul style="list-style-type: none"> • chce předvést řešení • hlásí se, je aktivní • nehlásí se • chce se pochlubit • nevyžaduje pozornost • nuda
2B) Zájem o práci	<ul style="list-style-type: none"> • chce víc práce • nechce práci navíc • vyhledává sám úkoly • chce pracovat pouze na úkolech, které ho zaujmou nebo které si nejde sám
2C) Nadstandardní práce	<ul style="list-style-type: none"> • soutěže

	<ul style="list-style-type: none"> • zájem o témata pro starší
2D) Odmítání se rozvíjet	<ul style="list-style-type: none"> • nejde mu o známky ani výkony • školu bere za neúčinnou • nerozvíjení talentu

2A) Zájem o pozornost

Studenti často zmiňovali, že se nadaný žák hlásí, je aktivní, že chce svoje řešení předvést. Mnohdy je zjevnou motivací touha pochlubit se svým řešením. Takový žák patří mezi snadno identifikovatelné nadané, jeho projevy jsou výrazné. V pracích se však objevil i jev zcela opačný, kdy žák pozornost nevyžaduje, nehlásí se, spíše si pracuje po svém a o pozornost učitele nebo spolužáků příliš nestojí. Zvláštním aspektem zájmu o pozornost je nuda – tu zažívá častěji nadaný, kterému se nedostává ze strany učitele zvláštní péče.

Během standardních vyučovacích hodin v oktávě byl pak mnohem aktivnější než ostatní žáci, jako jeden z mála byl ochotný se mnou komunikovat a sdělovat mi své domněnky, dokázal popsat a obhájit svůj názor, případně vysvětlit spolužákům, co a proč jsme dělali.

Při hodinách se projevovala někdy velmi nenápadně, někdy se však velmi často hlásila a dožadovala se toho, aby mohla předvést své řešení u tabule.

Jednalo se spíše o exhibicionistu, který potřeboval ukázat ostatním, že umí spočítat každý příklad a že vždy si dokáže s úlohou poradit. Proto se s ním také lépe pracovalo u tabule, kde mohl dostávat klidně i o něco těžší příklady, sám to však dobře spolužákům uměl vysvětlit a byl rád, že může své řešení někomu předvést.

2B) Zájem o práci

Zájem o práci byl zmiňován ve třech rovinách.

První skupinou nadaných žáků byli takoví, kteří práci navíc chtěli. A to z různých důvodů – seberozvoj, potřeba uznání, zájem... Většinou přijímali nadstandardní úkoly od učitele, někdy si práci navrhli sami, ale ani práci navíc danou učitelem neodmítali.

Pokud spolužáci měli něco z matematické analýzy spočítat, tak já jsem to musela spočítat a dokázat, případně něco nastudovat dopředu a včetně důkazů spolužákům vysvětlit. Díky

tomuto drilu jsem věděla, co za přístup mě čeká na vysoké škole, a takřka bez učení jsem prošla na první pokus zkouškou z matematické analýzy.³

Opakem těchto žáků byli takoví, kteří práci navíc odmítali. („Proč bych měl dělat něco víc než ostatní?“) Když měli hotovou svoji práci, tak buď si v klidu dělali něco svého, nebo vyrušovali, protože se nudili. Popřípadě se jednalo o žáky, kteří byli celkem ochotní ji udělat, když jim ji učitel zadal v hodině. Když ale měli něco dělat nad rámec hodiny (těžší úloha na rozmyšlenou doma, jiná práce domů, soutěž...), volný čas na to nebyli ochotni obětovat.

Se stejným neúspěchem dopadly i snahy paní učitelky na matematiku dávat Pavlovi úkoly navíc. Paní učitelka si vymyslela, že bude každý den dávat Pavlovi úlohy navíc. Pavel dojížděl každé ráno do školy autobusem, který přijížděl v sedm hodin. Škola začínala až v osm hodin. Pavel tedy každé ráno čekal jednu hodinu na vyučování. Paní učitelka se rozhodla docházet do školy také na sedmou a jednotlivé úlohy, které si Pavel doma dopředu propočítá, s ním konzultovat. (...) Pavel raději trávil ranní čekání na výuku společně s kamarády v šatně a představa společné hodinky strávené v kabinetě přepočítáváním nudných příkladů Pavla lekala.

Třetí skupinou žáků popisovaných ve studentských pracích byli takoví, kteří zájem o práci měli, ale pouze o takovou, kterou si navrhli sami. Dokázali si navrhnout a řešit i velmi náročné úkoly. Úkoly, které navrhl učitel, obvykle více či méně otevřeně odmítali, pokud se nejednalo o něco, co je vyloženě zaujalo. Bylo tedy poměrně obtížné rozvíjet jejich slabé stránky nebo je rozvíjet směrem, který neleží v centru jejich zájmu. (Většina takových spadá do typu nadání badatel.)

Sám si v hodinách vybíral úkoly, které ho zajímaly, a ty rozšiřoval. Jeho velmi častou větou bylo: A co by se stalo, kdyby... V těchto úlohách byl velmi úspěšný. Naopak úlohy, které jeho pozornost neuchvátily, zůstaly opomenuty a Pavel je v písemkách třeba ani nevyplnil, protože se mu nechtělo je plnit, a mezitím se věnoval jinému problému. Znamky pro něho nebyly důležité a věděl, že když vyplní polovinu úlohy, je to za známku dobře.

³ V textu je 1. osoba využívána proto, že studentka po domluvě se mnou psala místo práce o pozorovaném nadaném žákovi sebereflexi o sobě a svém matematickém nadání.

2C) Nadstandardní práce

Podtématem nadstandardní práce je míněna práce navíc i oproti konkrétním úkolům zadaným učitelem. Mezi nejběžnější formu práce mimo rámec hodin patří soutěže. Dnes je jich velké množství různých typů (klasické řešení úloh, úlohy s volbou odpovědí, korespondenční semináře, soutěže odborných prací, týmové soutěže v řešení úloh apod.) a každý si může vybrat takovou, která odpovídá jeho typu.

Vojta má plno úspěchů z matematických olympiád a učitelé i žáci jsou na něj pyšní.

Zájem o témata pro starší je poměrně kontroverzní téma. Na jedné straně je samozřejmě výborné, když má žák zájem o témata, která ještě nemusí znát.

Ze strany pedagoga je však vyžadována jistá opatrnost. Mnohdy se totiž stane, že žák se sice seznámí s tématem pro starší, ale pouze povrchně, formálně. Např. odříká v sedmé třídě, co to je „sinus“, ve zcela standardních úlohách dokáže spočítat pomocí sinu např. délku odvěsny pravoúhlého trojúhelníku. Ale neví, proč příslušný aparát funguje, a když zadání úlohy není zcela „učebnicové“, neporadí si s ní. Látce nerozumí do hloubky. Ale je spokojený, protože ho všichni chválí – jeho znalost i přes svou povrchnost mnohé oslní. Vypadá výborně, když se žák ohání pojmy, které se probírají až s mnohem staršími. Učitel by měl proto i v takových situacích žáka vést k hledání souvislostí a hlubšímu pochopení – už kvůli tomu, aby pěstoval jeho studijní návyky a neupevňoval mu představu, že i povrchní uchopení tématu je správné.

O jiném problému formálně uchopené, ale krásně vypadající znalosti hovoří na serveru talentovani.cz i M. Kaslová. Rodiče často vidí své dítě jako vysoce nadané, protože má nějakou znalost nebo dovednost, která vypadá dobře. Pokud za ní ale není porozumění a pokud dítě není nadané i v jiných tématech matematiky, pak může docházet např. ke sporům rodič – škola, protože příslušný rodič má o dítěti mylnou představu.

Milan každou chvíli přišel s nějakou úlohou z učebnice o tři roky starší sestry. Vždycky se ptal učitelky, jak se to počítá. Učitelka si na něj – pokud to bylo možné – udělala čas, téma mu vysvětlila a kladla mu doplňující otázky, zda to dobře pochopil. Pouze jednou jsem ji slyšela Milana odmítnout, protože vysvětlení příslušné látky by bylo příliš časově náročné.

2D) Odmítání se rozvíjet

Jedna ze smutných situací v pedagogické činnosti je, když učitel ví o žákovi, že je nadaný, ale ten na sobě přes veškerou snahu svého okolí odmítá pracovat, ať už z lenosti či z jakéhokoli jiného důvodu.

Adam je skutečně mimořádně studijně nadaný. Je velká škoda, že s ním nemohou pracovat odborníci a Adam svůj talent nerozvíjí a spíše na něj hřeší, aby školu upozadil ve prospěch tenisu. (...) Je sice obdivuhodné, že Adam zvládá náročné studium víceletého gymnázia jaksí mimochodem, ale nikdy se už nedozvíme, co by dokázal, kdyby se studiu věnoval naplno. Narážíme zde na ekonomickou nerovnováhu, kdy je tenisová kariéra (navzdory obrovské konkurenci) v očích Adamových rodičů a jeho samotného nadějnější budoucností než kariéra akademická.

Téma 3: Obecné schopnosti

Zde se podíváme na studenty zmiňované obecné schopnosti, které se vyskytují u nadaných žáků. Podrobněji je téma rozepsáno v tabulce 4.

Tabulka 4*Obecné schopnosti*

Podtémata	Okruhy
3A) Nejobecnější studijní a tvůrčí schopnosti	<ul style="list-style-type: none"> • čtenářská gramotnost • schopnost dlouhodobé koncentrace • kreativita • paměť • pečlivost, zodpovědnost
3B) Příprava	<ul style="list-style-type: none"> • precizní příprava • nepřipravuje se, jde mu to „samo“
3C) Mluvený projev	<ul style="list-style-type: none"> • obecné konverzační schopnosti • umí vysvětlit • neumí vysvětlit

3D) Zápisy a formality	<ul style="list-style-type: none"> • precizní zápis • problémy s formalitami (zápis, pojmy)
3E) Sebekontrola	<ul style="list-style-type: none"> • zbrkllost • precizní kontroly

3A) Nejobecnější studijní a tvůrčí schopnosti

Je zřejmé, že bez obecných studijních a tvůrčích schopností by nemohlo existovat ani specifické matematické nadání. Takovou schopností je např. čtenářská gramotnost – kdo si nedokáže pořádně přečíst úkol, asi jej vyplní chybně, a porozumění hutnému matematickému textu vyžaduje nejen čtenářskou gramotnost, ale i schopnost dlouhodobé koncentrace. Schopnost dlouhodobé koncentrace je klíčová například při řešení delších úloh, kde postup řešení není na první pohled jasný, i v mnohých dalších situacích. Kreativita souvisí s výše zmiňovanou schopností nacházet neotřelá řešení, se schopností klást si sám otázky (tedy i s jakousi přípravou na výzkumnou práci) apod. Paměť slouží nejen k zapamatování faktů, ale i k uchování jevů, vztahů, postupů... Samozřejmě je nutné rozlišit mechanické formální zapamatování od logického uchopení a schopnosti využít například známý postup v neznámé situaci. Pečlivost a zodpovědnost souvisí se schopností na sobě pracovat.

Jako první projev je početní rychlost, která by ani sama o sobě nebyla žádným projevem nadání, nýbrž tyto početní schopnosti jsou spojeny i s výbornou čtenářskou gramotností. Lucie je tedy schopna během pár sekund projít zadání slovní úlohy a za pár vteřin podat správný výsledek.

Je vytrvalý (schopnost dlouhodobé koncentrace pozornosti), například v počítání dlouhého příkladu.

V sešitu nemá ani jednu nedořešenou úlohu, což jsem zjistil při poslední kontrole. Navíc jsou občas vidět v sešitu [úlohy] dopsané a dopočítané a precizně zapsané.

3B) Příprava

Mezi matematicky nadanými najedeme jak takové, kteří se precizně připravují, tak takové, kteří mají pocit, že se připravovat nepotřebují, dění v hodině bez problému zvládají i tak. Rizika druhého jmenovaného přístupu jsou zmíněna v úvodu.

Anička se na hodiny pečlivě připravuje. O tom, že jí nikdy nechybí domácí úkol, ani nemluvím, to je u ní samozřejmost. Ale je vidět, že i když to zdánlivě nepotřebuje, vždycky si doma nějaké úlohy (ať těžší, či lehčí), prochází. Díky tomu takzvaně „koukne a vidí“, nic ji nemůže překvapit, nedělá numerické chyby a dokáže jít hodně do hloubky.

B. zároveň přiznává, že se na matematiku příliš nepřipravuje, spoléhá spíše na to, že to „když tak vymyslí“. Přípravu omezuje na vypracovávání domácích úkolů a na matematiku se učí v podstatě jen před velkými písemkami.

3C) Mluvený projev

Někteří matematicky nadaní žáci mají vyspělé konverzační schopnosti obecně. Zajímavý je ale aspekt umí/neumí vysvětlit. Mezi nadanými najdeme zástupce obou typů. Vysvětlení látky jistě zahrnuje rovinu obecných konverzačních schopností, ale je v něm mnohem víc. Jde o jisté utřídění myšlenek, o ochotu například zjednodušit některé postupy tak, aby je pochopil i jiný, o nápad, jakým příměrem přiblížit svou myšlenku druhým. Existují nadaní žáci, jejichž postupy jsou tak složité a košaté, že i učiteli dlouho trvá, než je pochopí a zhodnotí jejich správnost. Častým problémem, na který studenti v pracích naráželi, je, že nadaný žák, který látku vysvětlit neumí, se o to ani nesnaží, a pokud musí, je mu taková situace vyloženě nepříjemná.

Má vysoce rozvinuté verbální dovednosti, mluví rád, má bohatou slovní zásobu a výrazný smysl pro humor.

Jindra vždy úlohu vyřeší a pak ji vysvětluje Markovi. Vysvětluje moc dobře a je vidět, že ho to baví. Jenže na Marka je to moc složité. Jindra si například úlohu na zlomky s čokoládou převedl okamžitě do zlomků a počítal se zlomky. Ostatní tou dobou byli na úrovni dělení čokolády a vyhledávání vztahů, tudíž Marek vůbec nechápal, co mu Jindra vysvětluje.

K tabuli jsem Michala vyvolal mezi prvními a poprosil ho, zda může látku vysvětlit ostatním. Chtěl jsem, aby si procvičil matematické vyjadřování, které je důležité. Diskuze, která vznikla, bohužel nevedla ke zdárnému výsledku. Většina třídy se vyjádřila, že v tom mají zmatek, a já se musel s obtížností příkladů vrátit o kousek zpět.

3D) Zápisy a formality

U nadaných se můžeme setkat s oběma krajnostmi. Někteří si vedou precizní poznámky a jejich zápisy postupu řešení úloh jsou jasné, detailní a srozumitelné. Jiní si do sešitu nepíší téměř nic nebo jsou jejich poznámky z hodiny a zápisy řešení tvořeny jakýmsi

shlukem nahodilých myšlenek jiným lidem nesrozumitelných. Problémem některých nadaných je neochota hovořit v přesných matematických pojmech a orientovat se v nich, což pak ztěžuje komunikaci mezi příslušným žákem a kýmkoli jiným a způsobuje nedostatky v korektnosti jeho výstupů.

To evidentně bylo zčásti zapříčiněno neznalostí některých pojmů, často ale šlo o neschopnost se na tak konkrétní a exaktní procesy soustředit (např. správně slovně kružnici definovat, formálně zapsat fakt, že bod náleží průniku dvou přímek apod.). Bylo zcela jasné, že zatímco úlohy jako takové Pavla baví a jejich vyřešení ho naplňuje pocitem zadostiučinění, v detailních formulacích a zápisech nevidí žádný bezprostřední přínos pro vyřešení problému, a tudíž opadá i jeho soustředěnost.

Markova práce v hodinách vypadala tak, že na jeden usmolený papír (sešit zásadně nenosil) si psal většinou jen výsledky bez jakéhokoli postupu a v hodině se mnou ani nekomunikoval.

3E) Sebekontrola

Stejně jako v předchozím okruhu se setkáme s oběma póly. S žáky, kteří po sobě práci zkontrolují a výsledek činnosti odevzdají nebo prezentují až poté, co jsou si jisti jeho správností. A na druhé straně s jedinci, kteří dělají zbytečné chyby, nebo s takovými, kteří po vyřešení úkolu o něj okamžitě ztrácí zájem a kontrola vlastní práce je velmi obtěžuje.

Testy kupodivu odevzdával, až když vypršel časový limit, ne dřív. Zjistil jsem, že on to má hotové mezi prvními, ale několikrát si všechno kontroluje. Dobrou kontrolu samozřejmě schvaluji, ale tohle mi připadalo až trochu moc.

Jen byla možná trochu zbrklá při delším numerickém počítání, kde dokázala udělat mnoho zbytečných chyb z nepozornosti, nikoli z neznalosti. To jsem mohla sledovat i v jejích testech.

Téma 4: Sociální schopnosti a ostatní projevy

Posledním tématem jsou sociální schopnosti a ostatní projevy. Tyto schopnosti obvykle nebyly v centru pozornosti studentů, kteří měli u nadaných žáků pozorovat spíše projevy v hodině. Několik výrazných podtémat však tak z prací vyvstalo. Přehled podtémat a okruhů následuje v tabulce 5.

Tabulka 5

Sociální schopnosti a ostatní projevy

Témata	Okruhy
4A) Povaha	<ul style="list-style-type: none"> • samotář • společenský • výstřední
4B) Status specifické vzdělávací potřeby	<ul style="list-style-type: none"> • dvojí výjimečnost • nadání diagnostikované pedagogicko-psychologickou poradnou • individuální vzdělávací plán
4C) Vnější vlivy*	<ul style="list-style-type: none"> • životní okolnosti • rodinné prostředí

* *Vnější vlivy jsou do přehledu zahrnuty, protože občas byly ve studentských pracích rovněž zmiňovány. Jelikož ale podstatou studentských prací bylo pozorování nadaného žáka a jeho projevů v hodinách nebo ve škole, nikoli zjišťování vnějších okolností, většina prací tuto dimenzi nezahrnovala. Proto podtéma nebude dále komentováno.*

4A) Povaha

Povaha popisovaných nadaných žáků byla velmi rozmanitá. Od společenských dětí bez problému zařazených do kolektivu přes výstřední jedince až po samotáře, kteří o společenské kontakty příliš nestáli.

Pavel je velmi společenský a během celých osmi let na gymnáziu pro něho nebylo těžké si najít a udržet kamarády. Stále se kolem něho točila parta jeho kamarádů.

Ve třídě je žák B. oblíbený, a to jak mezi chlapci, tak i dívkami. Je to poměrně známá postava školy, znají ho žáci z vyšších i nižších ročníků. Z části je to dáno jeho nevšedním vzhledem – na hlavě má dredy a typický je pro něj široký úsměv plný velkých zubů nebo hlasitý, téměř hýkavý smích – z části je to také dáno jeho aktivním sociálním životem. Je součástí redakce školního časopisu, hraje na basovou kytaru v punkové kapele spolu s dalšími třemi spolužáky a hraje závodně florbal za místní ligový tým.

Do třídního kolektivu se David nijak nezapojoval, byl tichý a uzavřený.

4B) Status specifické vzdělávací potřeby

I mezi matematicky nadanými žáky se najdou žáci s dvojí výjimečností. Často se kromě nadání jedná o Aspergerův syndrom, může to však být i jakákoli jiná specifická vzdělávací

potřeba (snad s výjimkou dyskalkulie). Občas má příslušný žák diagnostikové mimořádné nadání jako specifickou vzdělávací potřebu, což se většinou pojí s individuálním vzdělávacím plánem. Jiní nadaní žáci mají individuální vzdělávací plán i kvůli jiným potřebám, např. kvůli překlenutí vysokých absencí.

Vojta má IVP a dříve chodil do vyšších ročníků na hodiny matematiky. Ted' už je v maturitním ročníku a navštěvuje zvolené přednášky na MFF.

Podařilo se mi absolvovat praxi na škole, která je známá tím, že pracuje i se žáky s Aspergerovým syndromem. Viděla jsem takto diagnostikované žáky, kteří s matematikou bojovali tak, že měli před propadnutím, žáky, kteří své problémy v matematice měli srovnatelné s vrstevníky, a pak tu byl Aleš, který by svým talentem „strčil i svou matikářku do kapsy“ (jak se paní učitelka svěřila).

Závěr

V článku jsme se podívali na charakteristiky, kterých si všímali u pozorovaných matematicky nadaných žáků (s manifestovaným nadáním) studenti jednoho ročníku učitelství matematiky na Pedagogické fakultě UK. Ve svých pracích rozebírali výkony vybraných žáků, čímž pokryli velkou šíři vlastností a projevů matematicky nadaných žáků. Mezi popisovanými žáky byly dívky i chlapci, nadaní různých typů, žáci různých povah a sociálních pozic, žáci různého stupně nadání (od žáků výjimečných pouze v rámci třídy až po vítěze celorepublikových soutěží). Studenti si všímali různých oblastí, ať už specificky práce nadaných žáků v matematice, nebo jiných, obecnějších charakteristik, které ale s jejich nadáním úzce souvisí.

Už na základě tohoto malého množství prací (celkem 31) lze říci, že dohromady se studenti dotkli naprosté většiny charakteristik, které jsou uváděny ve vymezeních nadání, jak jsem je zmínila v popisu teoretických východisek. Mohli bychom diskutovat, proč se některá hlediska neobjevila. Jedná se například o fascinaci některých nadaných velkými čísly, o otázky kladené nadanými žáky, o jejich práci s chybou atd. Takový rozbor by však byl pouhými spekulacemi nepodloženými daty.

V semináři zaměřeném na práci s nadanými žáky se studenti sdílením zkušeností mohou seznámit s velkou šíří vlastností matematicky nadaných žáků a s možnostmi a mezemi různých způsobů práce s nimi. Užitečné by také bylo, kdyby se i pro učitele z praxe konalo

více seminářů zaměřených konkrétně na oblast matematického nadání. Doufám, že se mi v článku podařil splnit i druhý cíl, a to přiblížit, jací matematicky nadaní žáci mohou být a s jakými hlavními jevy se při práci s nimi můžeme setkat, a alespoň trochu tím ovlivnit přístup k matematicky nadaným žákům u těch čtenářů, kteří se přímo vyučováním matematiky nezabývají.

Literatura

BURJAN, V. Mathematical giftedness – Some questions to be answered. In: MÖNKES, F. J., M. W. KATZKO a H. W. BOXTEL, eds. *Education of the Gifted in Europe: Theoretical and Research Issues*. Amsterdam: Swets & Zeitlinger, 1991, s. 165–170.

HŘÍBKOVÁ, L. *Nadání a nadaní*. Praha: Grada, 2010.

KASLOVÁ, M. Matematicky nadaní a jejich rodiče. Dostupné z: http://talentovani.cz/o-nadani-a-nadanych/-/asset_publisher/wE1N/content/matematika-matematicky-nadani-a-jejich-rodice

KRUTECKIJ, V. A. *Otázky psychologie schopností*. Bratislava: SPN, 1977.

MAKRIDES, G. *Objevování, motivace a podpora matematických talentů na evropských školách: Projekt MATHEU*. Praha: Projekt MATHEU, 2006.

MALINOVÁ, D. Matematické nadání. *Svět nadání*. 2013, roč. 1, č. 2, s. 13–21.

PATÁKOVÁ, E. The Quality of Mathematical Problems – Evaluation and Self-evaluation. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*. 2013, roč. 6, č. 3, s. 143–154.

ŠVAŘÍČEK, R., K. ŠEĎOVÁ a kol. *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Praha: Portál, 2014.

ZHOUF, J. *Tvorba matematických problémů pro nadané žáky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2010.

Slovník Merriam-Webster. Dostupné z:

<https://www.merriam-webster.com/dictionary/insight>

Standard komplexní diagnostiky mimořádného (intelektového) nadání. Dostupné z:
http://www.nuv.cz/uploads/rovne_prilezitosti_ve_vzdelavani/nadani/diagnostika/standard_diagnostiky_mn_2016_12_09.pdf

PhDr. Eva Semerádová, Ph.D.

V době psaní článku je na rodičovské dovolené. Před ní působila na Mensa gymnáziu v Praze a na Katedře matematiky a didaktiky matematiky Pedagogické fakulty UK v Praze. Na teoretické i praktické úrovni se zabývá tématy „tvorba úloh“ a „práce s matematicky nadanými žáky“. Je členkou úlohových komisí a porotkyní několika matematických soutěží s celorepublikovým působením.